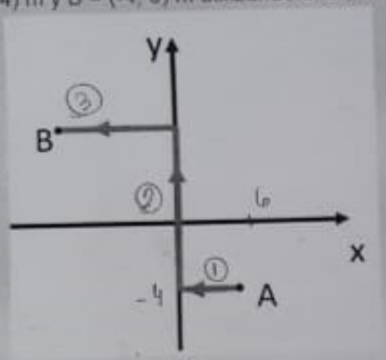
Resolución de un primer parcial 2c 2020

1°

En el plano xy de la figura existe un campo eléctrico dado por $\vec{E} = -y^2\hat{x} - 2xy\hat{y}$. Calcule la diferencia de potencial entre el punto A = (6, -4) m y B = (-4, 6) m utilizando el camino dado por la trayectoria azul.



Seleccione una:

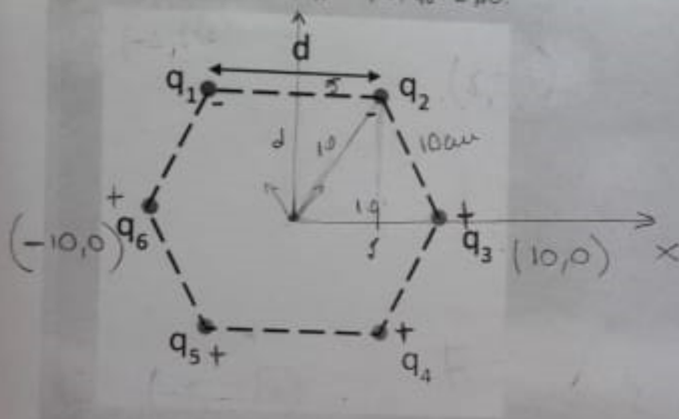
- ○ Ninguna de las otras respuestas es válida
- ○ V_B-V_A = -120 V
- ○ V_B-V_A = 120 V
- ◉ V_B-V_A = -240 V
- ○ No respondo
- ○ V_B-V_A = 240 V

$$V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\int_{①} \vec{E}\cdot dx\,\hat{x} - \int_{②} \vec{E}\cdot dy\,\hat{y} - \int_{③} \vec{E}\cdot dx\,\hat{x}$$

$$= \cancel{-}\int_6^0 \cancel{-}y^2\,dx - \cancel{\int -2\underset{\overset{\shortparallel}{0}}{x}y\,dy} \cancel{+} \int_0^{-4} \cancel{-}y^2\,dx$$

$$= 16.(0-6) + 36(-4-0) = \boxed{-240\ V}$$

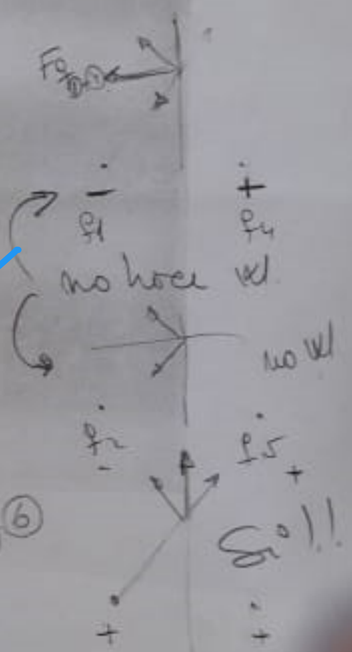
2º Se tienen 6 cargas puntuales ubicadas en los vértices de un hexágono regular de lado d=10 cm. Si algunas de ellas son positivas (azul) y otras negativas (rojo). ¿Cuál es el trabajo externo para traer una carga q_0= 1 μC desde el infinito hasta el centro del hexágono? Datos: q_1= -3 μC; q_2= -3 μC; q_3= 2 μC; q_4= 3 μC; q_5= 3 μC; q_6= 2 μC.



Voy a pensar en traer la carga por el eje z desde el ∞

Seleccione una:

- 3,6 10^{-3} J
- ◉ $\boxed{0,36 \text{ J}}$
- Ninguna de las otras respuestas es válida
- -3,6 10^5 J
- No respondo
- -0,36 J



⇒ las ! q' contribuyen son la ③ y ⑥

$$V(0,0,0) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \sum \frac{q_i}{|\vec{r} - \vec{r}_i|} =$$

$\vec{r} = (0,0,0)$

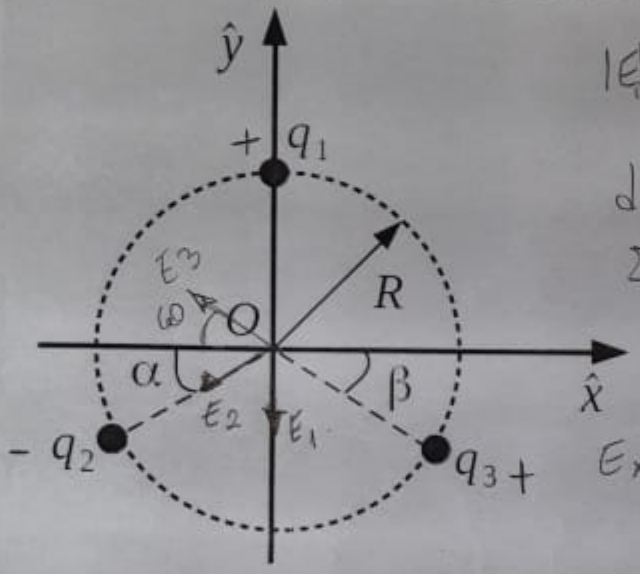
$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot 2\mu C \cdot \left[\frac{1}{|(0,0,0)-(0{,}1m,0,0)|} + \frac{1}{|(0,0,0)-(-0{,}1,0,0)|} \right]$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot 2\mu C \cdot \left(\frac{1}{0{,}1m} + \frac{1}{0{,}1m} \right) = \frac{1\mu C}{\pi\varepsilon_0 \cdot 0{,}1m} = 359 \cdot 10^3 V \Rightarrow$$

$W = q\,\Delta V = 0{,}36 J$

3º

Tres cargas puntuales q_1 = 60 μC, q_2 = -10 μC y q_3= 50 μC, están ubicadas sobre una circunferencia de radio R = 50 cm, como muestra la figura. Si $\alpha = \beta = 60°$, el campo eléctrico en el origen de coordenadas vale



$$|E_i| = \frac{k.q_i}{d_i^2}$$

$$d_i = R$$

$$\Sigma E_x = -|E_{3x}| - |E_{2x}|$$

$$= -k.\frac{50\mu C \cdot \cos 60}{R^2} - k.\frac{10\mu C \cos 60}{R^2}$$

$$E_x = -k.\frac{\cancel{60}^{30}\mu C}{(0{,}5m)^2} \cdot \frac{1}{\cancel{2}}$$

$$E_y = +k.\frac{50\mu C \,\mathrm{sen}60}{R2} - $$

$$-k.\frac{10\mu C \,\mathrm{sen}60}{R2} - \frac{k60\mu C}{R^2}$$

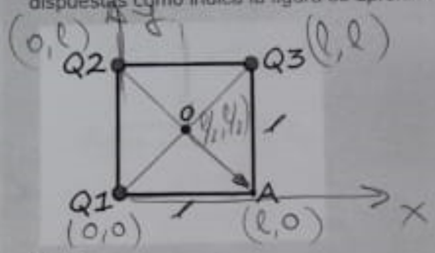
$$E_y = \frac{k(40\mu C . \sqrt{3}/2 - 60\mu C)}{(0{,}5m)^2}$$

Seleccione una:

- ( ) $\vec{E} = (-1.1 \times 10^6\hat{x} + 3.4 \times 10^6\hat{y})$ N/C
- ( ) $\vec{E} = (7.2 \times 10^5\hat{x} - 9.1 \times 10^5\hat{y})$ N/C
- (•) $\boxed{\vec{E} = (-1.1 \times 10^6\hat{x} - 9.1 \times 10^5\hat{y}) \text{ N/C}}$
- ( ) Ninguna de las otras respuestas es válida
- ( ) $\vec{E} = (-1.9 \times 10^6\hat{x} - 1.4 \times 10^6\hat{y})$ N/C
- ( ) No respondo

$$E_x \mp (1{,}08.10^6 \hat{x} - 9{,}13.10^{-5} \hat{y}) \, N/C$$

4°) El trabajo que es necesario realizar para desplazar una carga de 1μC desde el punto O hasta el punto A en presencia de tres cargas puntuales dispuestas como indica la figura es aproximadamente:



Datos:
Q_1= -3μC; Q_2= 2 μC, Q_3= 3 μC; l= 30 cm

Seleccione una:

- a. No respondo
- b. -9.93 x 10^{-2} J
- c. -4.24 x 10^{-2} J
- d. Ninguna de las otras respuestas es válida
- e. -1.10 x 10^{-11} J
- f. -2.48 x 10^{-2} J

Debo Calcular $V(A) - V(O)$. Como son cargas discretas supongo $V(\infty)=0$ y calculo por separado $V(A)$ y $V(O)$.

$$V(A) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \sum \frac{Q_i}{|r_A - r_i|} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{-3\mu C}{|(l,0)-(0,0)|} + \frac{2\mu C}{|(l,0)-(0,l)|} + \frac{3\mu C}{|(l,0)-(l,l)|}\right]$$

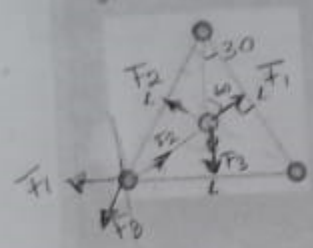
$$V(A) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\cancel{\frac{-3\mu C}{l}} + \frac{2\mu C}{l.\sqrt{2}} + \cancel{\frac{3\mu C}{l}}\right] = 9\cdot 10^{9}\,\frac{Nm^2}{C^2}\cdot\frac{2\cdot 10^{-6}\,C}{0{,}3\,m\cdot\sqrt{2}} = 42{,}42\,10^{3}\,\frac{Nm}{C}$$

$$V(O) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\cancel{\frac{-3\mu C}{|(l/2,l/2)-(0,0)|}} + \frac{2\mu C}{|(l/2,l/2)-(0,l)|} + \cancel{\frac{3\mu C}{|(l/2,l/2)-(l,l)|}}\right] = 9\cdot 10^{9}\,\frac{Nm^2}{C^2}\cdot\frac{2\cdot 10^{-6}\,C\,\sqrt{2}}{l} = 84{,}85\,10^{3}\,\frac{Nm}{C}$$

$$V(A)-V(O) = -42{,}43\cdot 10^{3}\,Nm/C \Rightarrow W = q\cdot\Delta V = 1\mu C\cdot(-42{,}43\cdot 10^{3}\,Nm/C) = \boxed{-4{,}24\cdot 10^{-2}\,J}$$

$q = -1 \mu C$

5° En cada uno de los vértices de un triángulo equilátero de lado L, existe una carga q. En el centro de gravedad del triángulo hay una carga de magnitud Q (ver figura). (Dato: La distancia desde cualquier vértice al centro de gravedad del triángulo es igual a $L/\sqrt{3}$). Si L=1 cm, q = 1μC, para que las cuatro cargas que forman el sistema estén en equilibrio, el valor de Q es igual a



Supongo las q vert > 0 y Q > 0 (De todas formas NO depende de los signos).

$\Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0$ Sobre cualq. carga

$\sum F_y = 0$ $\quad \sum F_x = 0$

$|F| = \frac{k.q.Q}{d^2}$

Seleccione una:

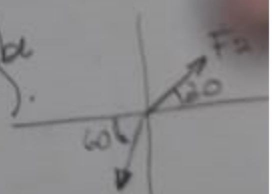
- Q = -0,58 μC
- Q = -1,2 μC
- No respondo
- Ninguna de las otras respuestas es válida
- Q = 1,2 μC
- (•) $\boxed{Q = 0{,}58\ \mu C}$ Bien!!

$|F_{1y}| + |F_{2y}| = |F_3|$

$2.|F_1|.\cos 60 = \frac{k.q.Q}{L^2/3}$

$2\,\frac{k.q.Q}{L^2/3}.\frac{1}{2} = \frac{k.q.Q}{L^2/3}$ Obvio se verifica.

Calculemos $\sum F_y$ para otra carga (Q debe ser +).



$|F_{2y}| = |F_{3y}|$

$\frac{\cancel{k}|q.Q|\,\mathrm{sen}\,30}{(L/\sqrt{3})^2} = \frac{\cancel{k}|q.q|}{L^2}\,\mathrm{sen}\,60$

$\Rightarrow Q.\frac{3}{2} = 1\mu C.\frac{\sqrt{3}}{2}$

$Q = 0{,}5773\ \mu C$

$q_b = -3mC$

6°

En el vacío, se tiene 3 cargas puntuales $q_A = 7$ mC, $q_B = -3$ mC y $q_C = 3$ mC, situadas respectivamente en los puntos A=(-3,0,0) m, B=(0,0,0) m y C=(4,3,0) m. El trabajo que es necesario realizar para traer, en forma cuasiestacionaria, una carga Q=2μc desde el infinito hasta el punto D=(0,3,0) m, es igual a:

Seleccione una:

- (•) a. 25,16 J
- ( ) b. No respondo
- ( ) c. -25,16 J
- ( ) d. -30 J
- ( ) e. -13,95 J
- ( ) f. Ninguna de las otras respuestas es válida

No hay cargas en el $\infty \Rightarrow V(\infty) = 0 \Rightarrow$

$$V\underbrace{(0,3,0)}_{\vec{r}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \sum \frac{q_i}{|\vec{r} - \vec{r}_i|}$$

$$V(0,3,0) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \left[\frac{7mC}{|(0,3,0)-(-3,0,0)|} - \frac{3mC}{|(0,3,0)-(0,0,0)|} + \frac{3mC}{|(0,3,0)-(4,3,0)|} \right]$$

$$V(0,3,0) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \left[\frac{7mC}{\sqrt{18}\ m} - \frac{3mC}{3m} + \frac{3mC}{4m} \right]$$

$$V(0,3,0) = 9 \cdot 10^{9} \cdot \frac{Nm^{\cancel{2}}}{C^2} \cdot 1{,}4 \cdot 10^{-3} \frac{C}{\cancel{m}} = 12{,}59 \cdot 10^{6} \frac{Nm}{C}$$

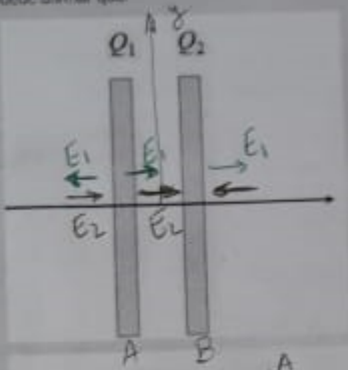
$$W = q \cdot \Delta V = \boxed{25{,}2\,J}$$

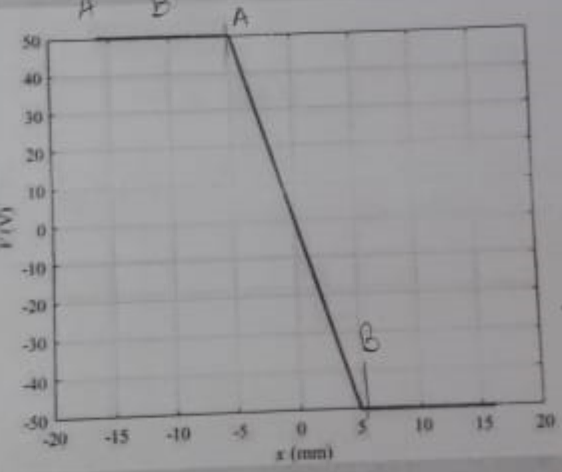
la aprox proviene de $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \simeq 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}$

✓

7°

Dos placas metálicas cuadradas de 1 m de lado y 1 mm de espesor están puestas paralelas y separadas 10 mm. La gráfica muestra el potencial electrostático correspondiente. Se puede afirmar que:





Como $\vec{E}$ apunta en sentido de los pot decrecientes

$\rightarrow E \Rightarrow \boxed{\begin{matrix} Q_1 + \\ Q_2 - \end{matrix}}$

Rta b) o f)

$E = \begin{cases} \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \\ -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \end{cases}$

$V_B - V_A = -50 - 50$

$= -100\,V$

$-100\,V = -\int \vec{E} \cdot d\vec{l}$

$-100\,V = -\int_{-d/2}^{d/2} \frac{\boxed{\sigma}}{\varepsilon_0} \hat{x}\, dx\, \hat{x}$

$100\,V = \frac{|\sigma|}{\varepsilon_0} \cdot d$

$\frac{100\,V \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{N\,m^2}}{10 \cdot 10^{-3}\,m} = |\sigma|$

$|\sigma| = 8{,}85 \cdot 10^{-8}\, C/m^2$

Seleccione una:

- a. No respondo
- b. $Q_1 = -Q_2 = 88{,}5$ nC
- c. Ninguna de las otras respuestas es válida
- d. $Q_1 = Q_2 = 177$ nC
- e. $Q_1 = Q_2 = 88{,}5$ nC
- f. $Q_1 = -Q_2 = 177$ nC

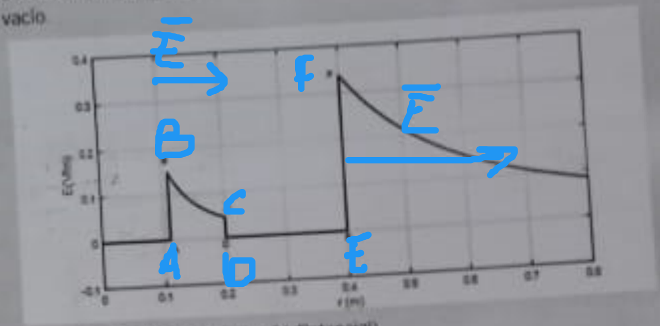
$\sigma = \frac{Q}{Sup} \Rightarrow Q = 8{,}85 \cdot 10^{-8} \frac{C}{m^2} \cdot 1\,m^2 = \boxed{88{,}5\,nC}$

$V_A \neq V_B$ $\quad$ $V_B > V_C$

$V_C = V_D = V_E \neq V_F$

$\underline{V_B > V_F}$ y $\underline{V_C = V_E}$

(8) El gráfico de la figura muestra la componente real del vector campo eléctrico en función de una coordenada espacial en una región del espacio en donde hay materiales conductores y vacío.



Marque la respuesta correcta. (V: Potencial)

Seleccione una:

- a. VB < VE y VC ≠ VF
- b. VB < VF y VD = VE
- c. No contesto
- d. Ninguna de las otras respuestas es correcta
- e. VB > VF y VC = VE ✓
- f. VA > VF y VC > VE

no sé si cilindr. o esféricos.

El pot es continuo y los conductores son equipotenciales ⇒ $V_C = V_D = V_E = V_F$.
$V_A = V_B$.

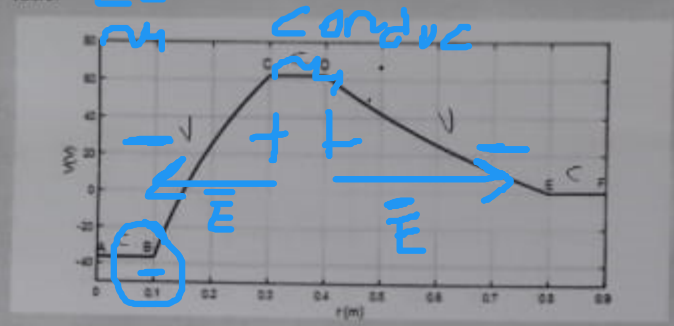
⇒ a) NO $\quad$ f) NO

$\vec E = |E(r)|\hat r$

Como el campo apunta en el sentido de los pot. decrecientes. $V_F < V_B$.
y $V_C = V_E$.
⇒ Rta e).

9º

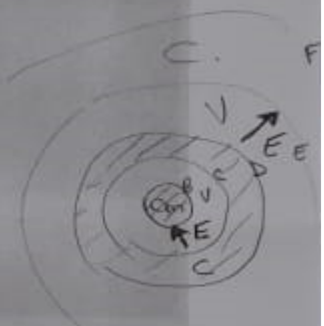
El gráfico de la figura muestra como varía la función potencial con respecto a una coordenada espacial en una región del espacio en donde hay materiales conductores y vacío.



Marque la respuesta correcta.

Seleccione una:

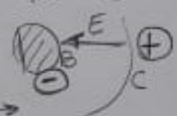
- a. Ninguna de las otras respuestas es correcta.
- b. Entre A y B la componente real del campo eléctrico es negativa.
- c. La carga en la interface B es positiva.
- d. Entre C y D el campo eléctrico tiene un módulo mayor a 600 V/m.
- e. La carga en la interface B es negativa. ✓
- f. No contesto.



Como $\vec{E}$ apunta en el sentido de los pot. decrecientes

b) NO $\vec{E}_{AB} = 0$

c) NO



d) NO $\vec{E}_{CD} = 0.$

e) Sí por el sentido de $\vec{E}$ en B debe $\exists$ q negativa.

10) ¿Qué fuerza experimenta el hilo debido a la carga puntual?

Datos:

$\lambda = 1 \times 10^{-7} \frac{C}{m}$

$q_0 = 1 \times 10^{-9} C$

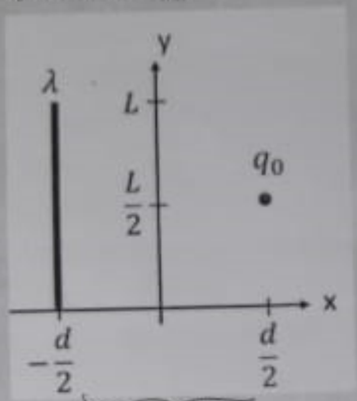
$L = 1m$

$d = 0,5m$

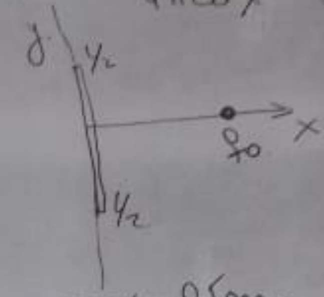
$\varepsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}$

Es el prob 6 de la G1: la fuerza sobre q_0 debido al hilo es:

$$\vec{F} = \frac{q_0 \lambda}{4\pi\varepsilon_0 x} \cdot \frac{L}{\sqrt{x^2 + L^2/4}} \hat{x}$$



0,5m



$\Rightarrow x = 0,5m.$

Seleccione una:

- a. $3,60 \times 10^{-6} N\ (-\hat{r})$
- b. $3,60 \times 10^{-6} N\ (-\hat{i})$
- c. $2,54 \times 10^{-6} N\ (-\hat{r})$
- d. No respondo
- e. $2,54 \times 10^{-6} N\ (-\hat{i})$
- f. Ninguna de las otras respuestas es válida

$$\vec{F} = \frac{1.10^{-9} C \cdot 1.10^{-7} C/m}{4\pi \cdot 8,85.10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2} 0,5m} \cdot \frac{1m}{\sqrt{0,5^2 m^2 + \frac{1m^2}{4}}} \hat{x}$$

$$\vec{F} = 2,54.10^{-6} N \hat{x}$$

$\Rightarrow$ la F que "siente" el hilo es igual y contraria

$$\Rightarrow \boxed{\vec{F}_{hilo} = -2,54 \cdot 10^{-6} N \hat{x}}$$

Se tiene un sistema conformado por un cascarón esférico metálico y una carga puntual en su centro. Considerando el origen de coordenadas en el centro de la esfera y conocidos el valor de la carga puntual (Qp) y los radios internos y externos (Ri y Re) y la carga total del cascarón (Qc), calcular el campo eléctrico para r=2Re. Datos: Qp=3 nC; Qc=-5 nC; Ri=13 cm; Re=13.5 cm.

Seleccione una:

- ○ Ninguna de las otras respuestas es válida
- ◉ -247 N/C r̂
- ○ -616 N/C r̂
- ○ No respondo
- ○ 370 N/C r̂
- ○ 0 N/C r̂

11.

$$\vec{E} = \begin{cases} \dfrac{Q_p}{4\pi r^2 \varepsilon_0}\,\hat{r} & r<R_i \\ 0\,\hat{r} & R_i<r<R_e \\ \dfrac{Q_p+Q_c}{4\pi r^2 \varepsilon_0}\,\hat{r} & r>R_e \end{cases}$$

$$\oint \vec{E}\,d\vec{s} = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

Q_{enc} $\quad r<R_i \quad Q_{enc}=Q_p$

$\quad r>R_e \quad Q_{enc}=Q_p+Q_c$

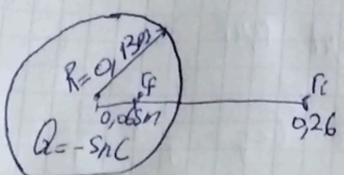
$$\vec{E} = \frac{3nC-5nC}{4\pi\cdot(2\cdot 0{,}135\,m)^2\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}\,(C^2/Nm^2)} = \boxed{-247\,\frac{N}{C}\,\hat{r}}$$

Se tiene una esfera maciza metálica de radio R con carga Q. Determinar la diferencia de potencial V(rf)-V(ri), donde rf y ri son las posiciones final e inicial, respectivamente. Datos: Q= -5 nC; R= 13 cm; rf= 6.5 cm; ri=26 cm.

Seleccione una:

- ○ 520 V
- ○ 0 V
- ○ 346 V
- ◉ 173 V
- ○ Ninguna de las otras respuestas es válida
- ○ No respondo

12.



$\oint \vec{E}\, d\vec{s} = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0}$

↳ Campo de esfera con densidad superficial

$r>R \quad \vec{E} = \frac{Q}{4\pi r^2 \varepsilon_0}\hat{r}$

$r<R \quad \vec{E} = 0\,\hat{r}$

esfera maciza

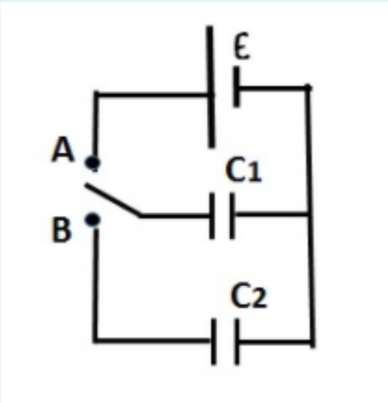
↳ distribución de carga superficial

$$\Delta V = -\int_{0{,}13m}^{0{,}065m} \cancel{0\hat{r}}\, dr\,\hat{r} + -\int_{0{,}26m}^{0{,}13m} \frac{Q}{4\pi r^2\varepsilon_0}\hat{r}\,dr\,\hat{r} = \frac{Q}{4\pi r\varepsilon_0}\Big|_{0{,}26m}^{0{,}13m}$$

$$\frac{-5nC}{4\pi\, 8{,}85E{-12}\, C^2/Nm^2}\left(\frac{1}{0{,}13m} - \frac{1}{0{,}26m}\right) = \boxed{-173V}$$

La llave del circuito pasa de la posición inicial A, a la B. ¿Cuál es la carga del capacitor 2 en régimen permanente?

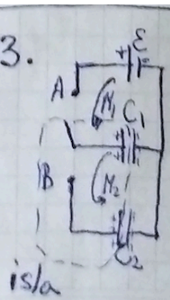
$\varepsilon = 50$ V, $C_1 = 2$ µF, $C_2 = 3$ µF.



Seleccione una:

- a. 40 µC
- b. No respondo
- c. 60 µC
- d. 100 µC
- e. Ninguna de las otras respuestas es válida
- f. 50 µC

13.



Malla 1) $\varepsilon - \frac{|Q_1|}{C_1} = 0$ $\quad 50V - \frac{|Q_1|}{2\mu F}$ $\quad |Q_1| = 100\mu C$

Conservación de cargas en la isla

Carga inical = Carga final $\quad Q_{1i} + Q_{2i} = 100\mu C + 0\mu C = Q_{1f} + Q_{2f}$

$\boxed{100\mu C - Q_{2f} = Q_{1f}}$

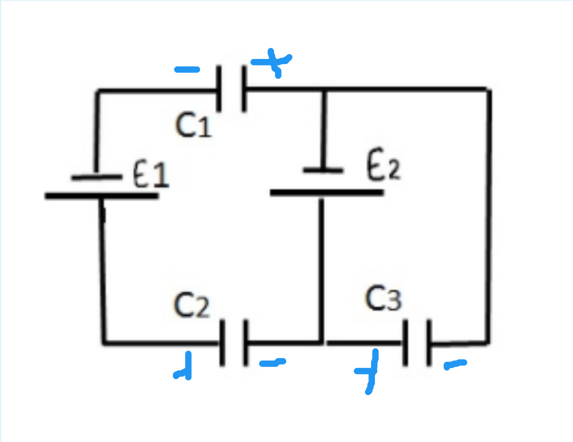
Malla 2) $\frac{|Q_{1f}|}{C_1} - \frac{|Q_{2f}|}{C_2} = 0$ $\quad \frac{|Q_{1F}|}{2\mu F} = \frac{|Q_{2F}|}{3\mu F} = \frac{100\mu C - |Q_{2F}|}{2\mu F}$

$50V - \frac{|Q_{2F}|}{2\mu F} = \frac{|Q_{2F}|}{3\mu F}$ $\quad 50V = \frac{|Q_{2F}|}{3\mu F} + \frac{|Q_{2F}|}{2\mu F} = \frac{5}{6\mu F}|Q_{2F}|$

$\boxed{|Q_{2F}| = 60\mu F}$

El circuito de la figura se encuentra en régimen permanente. ¿Cuál es la carga del capacitor 1? siendo $\varepsilon_1 = 50$ V, $\varepsilon_2 = 70$ V,

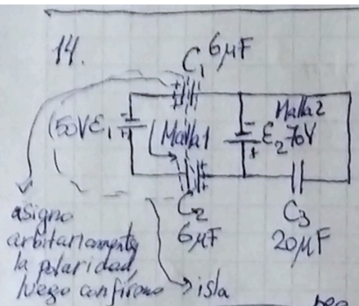
$C_1 = 6$ µF, $C_2 = 6$ µF, $C_3 = 20$ µF.



Seleccione una:

- a. Ninguna de las otras respuestas es válida
- b. 300 µC
- c. 120 µC
- d. 60 µC ✓
- e. No respondo
- f. 180 µC

14.



Malla 1 → $\varepsilon_1 + \frac{|Q_2|}{C_1} - \varepsilon_2 + \frac{|Q_1|}{C_1} = 0$

$50V + \frac{|Q_2|}{6\mu F} - 70V + \frac{|Q_1|}{6\mu F} = 0$ ec. 1

Conservación de cargas en la isla

Carga inicial = Carga final

Inicialmente capacitores están descargados

$Q_{1i} + Q_{2i} = 0 = Q_{1f} + Q_{2f} = |Q_{1f}| - |Q_{2f}|$

$|Q_{1f}| = |Q_{2f}|$ ec. 2

reemplazo ec2 en ec1

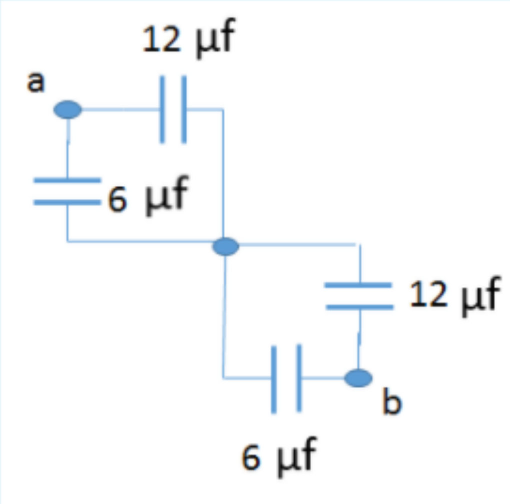
$50V + \frac{|Q_{1F}|}{6\mu F} - 70V + \frac{|Q_{1F}|}{6\mu F} = 0$

$-20V + 2\frac{|Q_{1F}|}{6\mu F} = 0$

$\frac{|Q_{1F}|}{3\mu F} = 20V$

$\boxed{|Q_{1F}| = 60\mu C}$

Dado el siguiente acoplamiento de capacitores (donde dice "f" debe decir "F"):

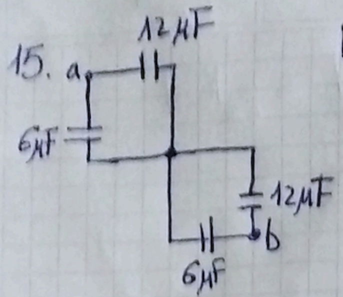


Si luego se aplica una diferencia de potencial de 10 V tal que Va>Vb, la energía almacenada en la configuración es:

Seleccione una:

- ○ No respondo
- ○ $6x10^{-6}$ J
- ◉ $4.5x10^{-4}$ J
- ○ Ninguna de las otras respuestas es válida
- ○ $5x10^{-5}$ J
- ○ $9x10^{-6}$ J

15.



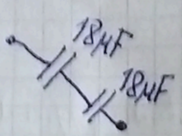
$\Delta V_{AB} = 10V$

Calcular capacitor equivalente

Capacitores en paralelo

$C_{eq} = C_1 + C_2$

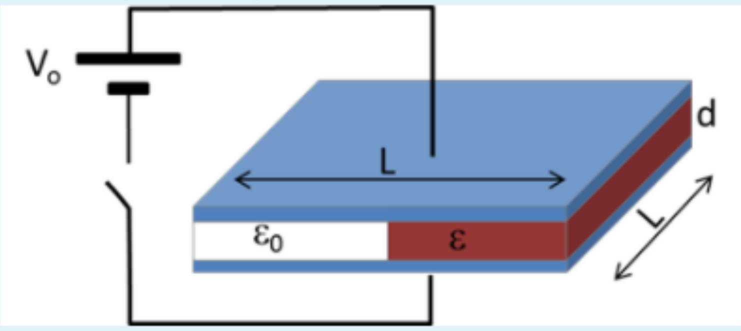
↳ $C_{eq} = 12\mu F + 6\mu F = 18\mu F$



→ Capacitores en serie $C_{eq} = \dfrac{1}{\frac{1}{18\mu F} + \frac{1}{18\mu F}} = 9\mu F$

$U = \frac{1}{2} C\Delta V^2 = \frac{1}{2} \cdot 9\mu F \cdot (10V)^2 = 4{,}5 \cdot 10^{-4} J$

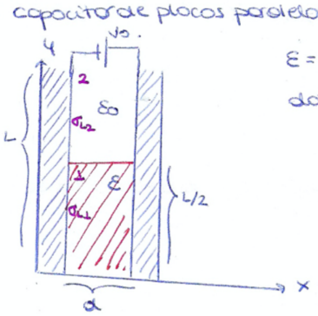
Un capacitor inicialmente vacío, plano de placas cuadradas de lado L= 30 cm y distanciamiento entre placas d= 3 mm se llena hasta la mitad con un dieléctrico con ε_r= 9 como muestra la figura. Se conecta a una fuente e voltaje V_0= 10V. En el equilibrio, la carga total del capacitor es aproximadamente:



Seleccione una:

- a. 2.22 x 10^{-9} C
- b. No respondo
- c. 11.06 x 10^{-9} C
- d. Ninguna de las otras respuestas es válida
- e. 13.27 x 10^{-9} C
- f. 8.85 x 10^{-9}C

16 capacitor de placas paralelas de L x L



$\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$

datos: L = 30 cm,
d = 3 mm
$\varepsilon_r = 9$
$V_0 = 10V$

→ carga del capacitor en el equilibrio?

→ del problema 15 de la guía 2 tenemos que:

$$\sigma_{L_1} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r V_0}{d} \quad y \quad \sigma_{L_2} = \frac{\varepsilon_0 V_0}{d}$$

carga total:

$$Q = \sigma . \text{Área}$$

$$\sigma_{L_1}\left(\frac{L}{2}\right)^2 + \sigma_{L_2}\left(\frac{L}{2}\right)^2 = \frac{\varepsilon_0 V_0}{d}\left[\varepsilon_r + 1\right]\left(\frac{L}{2}\right)^2$$

$$= \frac{8{,}85.10^{-12}\,\frac{C^2}{Nm^2} . 10V}{3.10^{-3}\,m}\left[9+1\right]\left(\frac{0{,}03m}{2}\right)^2$$

$$\boxed{Q = 13{,}27.10^{-9}\,C}$$

En una dada región del espacio hay un material dieléctrico de permitividad relativa $\varepsilon_r = 2$. Para esa misma región se sabe que el potencial electrostático está dado por V (x, y, z) = ($3x^2 y^2 + zy^2 + z + 2$) V. Entonces, el vector desplazamiento **D** en la región es:

Seleccione una:

- a. Ninguna de las otras respuestas es válida
- b. $\vec{D} = -1,77 * 10^{-11}[6xy^2\breve{x} + (6x^2y + 2zy)\breve{y} + (y^2 + 1)\breve{z}]\frac{C}{m^2}$
- c. No es posible calcularlo con los datos del problema
- d. No respondo
- e. $\vec{D} = -1,13 * 10^{11}[6xy^2\breve{x} + (6x^2y + 2zy)\breve{y} + (y^2 + 1)\breve{z}]\frac{C}{m^2}$
- f. $\vec{D} = -1,77 * 10^{-11}[6xy^2\breve{x} + 2zy\breve{y} + 1\breve{z}]\frac{C}{m^2}$

17 material dieléctrico con $\varepsilon_r = 2$

$V(x,y,z) = (3x^2y^2 + zy^2 + z + 2)$

cuánto vale $\vec{D}$?

$$\bar{E} = -\text{grad}(V) = -\left(\frac{\partial V}{\partial x}\hat{x} + \frac{\partial V}{\partial y}\hat{y} + \frac{\partial V}{\partial z}\hat{z}\right) = -\left[(6xy^2)\hat{x} + (6x^2y + 2zy)\hat{y} + (y^2+1)\hat{z}\right]$$

$$\vec{D} = \underbrace{\varepsilon_0 \varepsilon_r}_{8,85.10^{-12}\frac{C^2}{Nm^2}.2 = 1,77.10^{-11}\frac{C^2}{Nm^2}} \vec{E}$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{D} = -1,77.10^{-11}\frac{C^2}{Nm^2}\left[(6xy^2)\hat{x} + (6x^2y + 2zy)\hat{y} + (y^2+1)\hat{z}\right]}$$

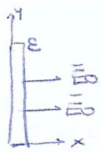
En una región del espacio donde existe un campo eléctrico uniforme de intensidad E_0 = 16 V/m se ubica una lámina de material dieléctrico ($\epsilon = 4\ \epsilon_0$) de manera tal que su superficie es perpendicular al campo externo E_0.

¿Cuánto vale la intensidad de campo eléctrico en el interior del material dieléctrico?

Seleccione una:

- ○ a. ϵ_0 4 V/m
- ○ b. ϵ_0 16 V/m
- ○ c. 16 V/m
- ○ d. Ninguna de las otras respuestas es válida
- ○ e. No respondo
- ◉ f. 4 V/m

18



datos: $\varepsilon = 4\varepsilon_0$

$\vec{E}_0 = 16 \frac{V}{m}\hat{x}$

S = sup. gaussiana

sin dieléctrico:

$$\oint\!\!\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0} \longrightarrow \vec{E}_0 = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0 . S}\,\hat{x}$$

con dieléctrico:

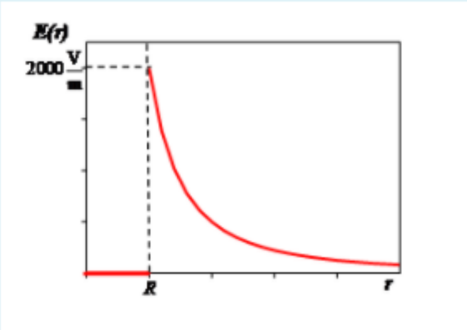
$$\oint\!\!\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = Q_{lib} \longrightarrow \vec{D} = \frac{Q_{lib}}{S}\,\hat{x} \qquad Q_{lib} = Q_{enc}$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{D}}{\varepsilon_0\varepsilon_r} = \frac{Q_{enc}}{\underbrace{(\varepsilon_0\varepsilon_r)}_{=\,\varepsilon}.S} = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon . S} = \frac{Q_{enc}}{(4\varepsilon_0).S}$$

$$\boxed{\vec{E} = \frac{1}{4}\vec{E}_0 = \frac{1}{4}\cdot 16\frac{V}{m} = 4\frac{V}{m}}$$

Preguntar

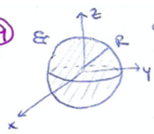
Una esfera maciza de radio R=2 cm se carga con una carga Q. Está rodeada por un dieléctrico descargado de permitividad relativa ϵ_r=5,65. En la figura se grafica la componente radial del campo eléctrico en función de la distancia al centro de la esfera. ¿Cuál es la carga aproximada Q con que se cargó la esfera? ϵ_0=8,85 10^{-12} (en el sistema internacional de unidades)



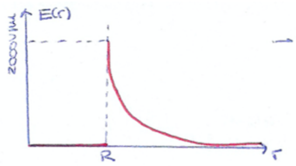
Seleccione una:

- ○ Q= 5,0 μ C
- ○ Ninguna de las otras respuestas es correcta
- ○ Q= 89,0 pC
- ○ No respondo
- ◉ Q=502,7 pC
- ○ Q= 502,7 nC

19



con carga Q
$R = 2$ cm,
$\varepsilon_r = 5,65$



→ cuánto vale Q?

del gráfico obtengo que $\vec{E} = 0$ dentro de la esfera $r < R$, por lo que la carga sólo se distribuye en la superficie (ver prob. 10 guía 2).

$Q_{lib} = \sigma \cdot 4\pi R^2$

$\oiint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = Q_{lib}$. (tomo sup de gauss con radio r)

$r < R \quad \vec{D} = 0$.

$r > R \quad \vec{D} \cdot 4\pi r^2 = \sigma\, 4\pi R^2$

$$\vec{D} = \sigma \frac{R^2}{r^2} = \frac{Q_{lib}}{4\pi} \frac{1}{r^2} \hat{r} \quad \rightarrow \quad \vec{E}(r) = \begin{cases} 0 & r < R \\ \frac{Q_{lib}}{4\pi \varepsilon_0} \frac{1}{r^2} & r > R \end{cases}$$

?

$\bar{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \bar{E}$

$\rightarrow \bar{E} = \dfrac{\bar{D}}{\varepsilon_0 \varepsilon_r}$

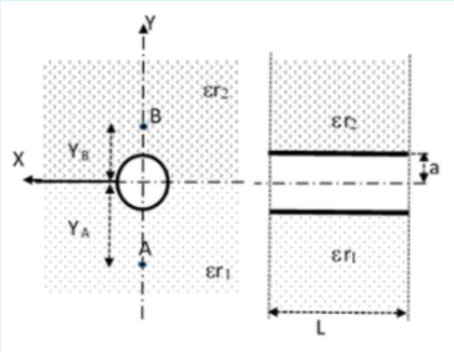
del gráfico sé que:

$$\vec{E}(r = R) = 2000 \frac{V}{m}$$

$$\vec{E}(r = R) = \frac{Q_{lib}}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{R^2} = 2000 \frac{V}{m}$$

$$\boxed{Q} = 2000 \frac{V}{m} \cdot 4\pi \varepsilon_0 R^2 = 89\ 10^{-12}\ C = \boxed{89\ pC}$$

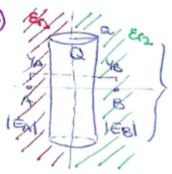
Un cilindro conductor de radio “a” que se puede considerar muy largo, se encuentra cargado con “Q”. El largo del cilindro es L. Está rodeado con dos dieléctricos con $\varepsilon r_2=5\varepsilon r_1$ como se indica en la figura. En la región próxima a L/2 se ubican los puntos A y B en el eje coordenado, a distancia Y_A y Y_B del origen respectivamente. E_A y E_B son los módulos de campo eléctrico en dichos puntos. Despreciando efectos de borde, seleccionar la opción correcta:

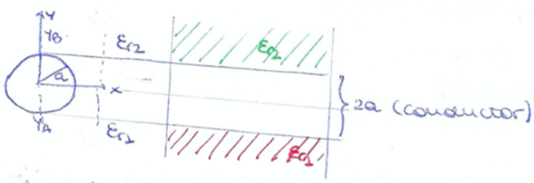


Seleccione una:

- ○ $E_A = E_B\ 5Y_B^2/Y_A^2$
- ○ $E_A = E_B\ 5Y_B/ Y_A$
- ◉ $E_A = E_B\ Y_B/Y_A$
- ○ No respondo
- ○ Ninguna de las otras respuestas es válida
- ○ $E_A = E_B\ Y_B^2/ Y_A^2$

20





datos:
$L >> a$
carga Q
$\varepsilon_{r_2} = 5\,\varepsilon_{r_1}$
Y_A, Y_B
$|E_A|, |E_B|$

cargado en sup. (conductor)

$r > a \quad \bar{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\frac{a}{r}\hat{r} \longrightarrow \begin{cases} \bar{E} = \frac{\sigma_1}{\varepsilon_0\varepsilon_{r_1}}\frac{a}{r}\hat{r} & y<0 \\ \vec{E} = \frac{\sigma_2}{\varepsilon_0\varepsilon_{r_2}}\frac{a}{r}\hat{r} & y>0 \end{cases}$

(p/ un cilindro inf. sin dieléctrico)

Recuerdo:
$r = x\cos\theta + y\,\mathrm{sen}\,\theta$
$r|_{x=0} = y \qquad r|_{y=0} = x$

en $y=0$ (interfaz entre dieléctricos) $\rightarrow r=x$ y vale que $E^{\text{transversal}}_{y>0} = E^{\text{transversal}}_{y<0}$

$$\frac{\sigma_2}{\varepsilon_0\varepsilon_{r_2}}\cdot\frac{a}{x} = \frac{\sigma_1}{\varepsilon_0\varepsilon_{r_1}}\cdot\frac{a}{r}$$

$$\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{\varepsilon_{r_2}}{\varepsilon_{r_1}} = 5 \rightarrow \sigma_2 = 5\sigma_1$$

en $x=0$

$y>0 \quad E_2 = \frac{\sigma_2}{\varepsilon_0\varepsilon_{r_2}}\frac{a}{y}\hat{y} \overset{y=y_B}{=} \frac{\sigma_2}{\varepsilon_0\varepsilon_{r_2}}\cdot\frac{a}{y_B} = |E_B| \rightarrow a = |E_B|\,y_B\,\frac{\varepsilon_0\varepsilon_{r_2}}{\sigma_2}$

$y<0 \quad E_1 = \frac{\sigma_1}{\varepsilon_0\varepsilon_{r_1}}\frac{a}{y}\hat{y} \overset{y=y_A}{=} \frac{\sigma_2}{\varepsilon_0\varepsilon_{r_1}}\cdot\frac{a}{y_A} = |E_A| \rightarrow a = |E_A|\cdot y_A\,\frac{\varepsilon_0\varepsilon_{r_1}}{\sigma_1}$

$|E_A|\,y_A\,\frac{\cancel{\varepsilon_0}\cancel{\varepsilon_{r_1}}}{\cancel{\sigma_1}} = |E_B|\,y_B\,\frac{\cancel{\varepsilon_0}\,\cancel{\varepsilon_{r_2}}^{\,5\varepsilon_{r_1}}}{\cancel{\sigma_2}_{\,5\sigma_1}}$

$|E_A|\,y_A = |E_B|\,y_B$

$\longrightarrow \boxed{|E_A| = |E_B|\,\frac{y_B}{y_A}}$